



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра исследования операций

Кобзева Виолетта Михайловна

**Арбитражная процедура с бонусами в игровой модели
формирования заработной платы**

ВВЕДЕНИЕ В МАГИСТЕРСКУЮ ДИССЕРТАЦИЮ

Научный руководитель:
к.ф.-м.н.
В.В. Морозов

Москва, 2020

Содержание

Введение	3
1 Постановка задачи	5
Заключение	6
Литература	7

Введение

Моделирование переговоров является актуальной задачей теории игр [1], [2]. Задача переговоров впервые была сформулирована Эджвортом [3]. Арбитражные процедуры являются одними из основных моделями переговоров. В данной курсовой работе будет рассматриваться арбитраж по последнему предложению с бонусами. Арбитраж по последнему предложению является арбитражной схемой, используемой примерно в двенадцати штатах и некоторых профессиональных видах спорта, в рамках которой арбитр ограничивается выбором одного или другого из двух «окончательных предложений», предложенных двумя сторонами в споре. В отличие от обычного арбитража, в соответствии с которым арбитр может навязать урегулирование, которое обычно является компромиссом между тем, что предлагает каждая сторона, сторонам в рамках арбитража по последнему предложению, рекомендовано быть разумными в своих окончательных предложениях. Если одна сторона делает возмутительное окончательное предложение, арбитр выберет (более разумное) окончательное предложение другой стороны.

К сожалению, очевидный стимул, что каждая сторона должна быть разумной в своих требованиях в рамках арбитража по последнему предложению, как правило, не способствует полному схождению окончательных предложений - ни в теории, ни на практике - как показал Фарбер (1980), Брамс и Меррилл (1983) [4], [5], Ашенфелтер и Блум (1984).

Результат, полученный Мерриллом и Брамсом в статье [4] для игры без бонусов.

Теорема. Пусть арбитражное понятие справедливого урегулирования имеет непрерывное распределение с плотностью вероятности $f(z)$ и функцией распределения $F(z)$. Пусть медиана $m = 0$, без потери общности. $f(0) > 0$, $f'(0)$ существует, $x_0 = 1/2f(0)$, $y_0 = -1/2f(0)$, (x_0, y_0) – глобальное равновесие тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия

$$\int_0^z f(t)dt \leq \frac{z}{2x_0 - 2z}, \quad 0 < z \leq \frac{1}{4f(0)}, \quad (1)$$

$$\int_0^z f(t)dt \geq \frac{z}{2x_0 + 2z}, \quad z > 0, \quad (2)$$

$$\int_{-z}^0 f(t)dt \leq \frac{z}{2x_0 - 2z}, \quad 0 < z \leq \frac{1}{4f(0)}, \quad (3)$$

$$\int_{-z}^0 f(t)dt \geq \frac{z}{2x_0 + 2z}, \quad z > 0. \quad (4)$$

Также ими было получено следствие из теоремы для общего случая арбитража по последнему предложению без бонусов, когда медиана m произвольная. Оно описывает достаточные условия глобального решения.

Следствие. Предположим, что понятие арбитра справедливого урегулирования непрерывное распределение с плотностью $f(z)$, медианой m . Если $f(m) > 0$, то достаточным условием того, что (x_0, y_0) – глобальное равновесие, являются следующие условия

$$f(z) \leq f(m) + 4f^2(m)|z - m|, \text{ для } |z - m| < \frac{1}{4f(m)}$$

и существуют константы c_1, c_2 : $-\infty \leq c_1 \leq 0 \leq c_2 \leq +\infty$ такие, что

$$f(z) \geq f(m)e^{-2f(m)|z-m|}, \quad m + c_1 \leq z \leq c_2 + m,$$

$$f(z) \geq f(m)e^{-2f(m)|z-m|}, \quad z \leq c_1 + m, z \geq c_2 + m.$$

1 Постановка задачи

К процедуре арбитража по последнему предложению в основном обращаются для решения вопроса об установлении заработной платы наемным работникам или о размере контрактов профессиональных спортсменов. По данной схеме принимается то предложение, которое оказывается ближе к выбору арбитра.

Обозначим предложение работника через x , а предложение работодателя за y . В случае, когда игроки не могут достигнуть соглашения самостоятельно, они представляют свой конфликт на рассмотрение некоторому постороннему лицу – арбитру.

Считается, что арбитр справедлив к обоим игрокам и действует согласно своим этическим принципам. Пусть выбор арбитра является случайной величиной Z с некоторым непрерывным распределением $F(z)$ и плотность $f(z) = F'(z)$.

В случае арбитража по последнему предложению с бонусами функция выигрыша имеет вид $H(x, y) = EH_Z(x, y)$, где

$$H_Z(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2}, & \text{если } x \leq y, \\ x + S_x, & \text{если } x > y, |x - z| < |y - z|, \\ y - S_y, & \text{если } x > y, |x - z| > |y - z|, \\ z, & \text{если } x > y, |x - z| = |y - z|; \end{cases}$$

S_x, S_y – бонусы которые получают работник и работодатель в случае своей победы соответственно.

В работе будут рассматриваться ситуации, когда бонусы являются внешними и внутренними. Внешние бонусы выплачиваются игроку победителю третьим лицом. Внутренние бонусы выплачивает проигравшая сторона победителю и в данном случае будем рассматривать игру с нулевой суммой.

Также в работе будут рассмотрены постоянные и переменные бонусы, которые будут описываться возрастающей и дифференцируемой функцией. Будет рассмотрен вариант простой функции $g(z) = x - y$.

Заключение

В работе будут представлены результаты исследования модели переговоров с бонусами между двумя лицами с участием одного арбитра. Будут рассматриваться модели с постоянными и переменными бонусами. Для постоянных бонусов будут рассмотрены ситуации, когда бонусы являлись равными и различными. Будут сформулированы необходимые и достаточные условия локального и глобального равновесия в задаче без ограничений на стратегии при различных бонусах.

Литература

- 1 Мазалов В. В. Менчер А. Э. Токарева Ю. С. Переговоры. Математическая теория. Спб.: Лань, 2012. С. 79–87.
- 2 В. Мазалов В. Математическая теория игр и приложения. Спб.: Лань, 2017. С. 64–65.
- 3 F.Y. Edgeworth. An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences. London: Kegan Paul, 1881.
- 4 Steven J. Brams; Samuel Merrill I. Equilibrium Strategies for Final-Offer Arbitration: There is No Median Convergence // Management science. 1983. Vol. 29, no. 8. P. 927–941.
- 5 Brams S. J., Merrill S. Final-offer arbitration with a bonus // European Journal of Political Economy. 1991. Vol. 7, no. 1. P. 79–92.